Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in Kaiserslautern

Semester: Wintersemester 2014/2015
Abschlussprüfung: Mathe für T2
Datum: 10.12.2014
Dauer: 90 Minuten
Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$f''(x)+f'(x)-2\cdot f(x)=x^2$, $f(0)=0$, $f'(0)=1$

(12 Punkte)

Aufgabe 2

Gegeben ist die Ebene $\mathcal{E}$ mit der Parameterdarstellung $\vec{r}_\varepsilon=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}+p\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}+q\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$.

a) Bestimmen Sie eine Koordinatendarstellung von der Ebene $\mathcal{E}$ *(5 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie den Abstand des Punktes $P(1|2|-4)$ von der Ebene $\mathcal{E}$ *(4 Punkte)*.

c) Prüfen Sie, ob der Punkt $P(3|0|3)$ in der Ebene $\mathcal{E}$ liegt *(3 Punkte)*.

Aufgabe 3

a) Zerlegen Sie die Funktion $f(x)=x^5-x^4-3\cdot x^3+3\cdot x^2-4\cdot x+4$ in Linearfaktoren *(7 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie sämtliche Asymptoten der Funktion $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+x-2}$ *(5 Punkte)*.

Aufgabe 4

a) Kreuzen Sie jeweils mit „Ja“ oder „Nein“ an, ob die Aussagen stimmen oder nicht stimmen.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimum für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte

Aussage	**Ja**	**Nein**
$f''(x)=x$ ist die explizite Darstellung einer Differenzialgleichung.		
Die partikuläre Lösung der Störfunktion $r(x)=2\cdot\cos(x)$ ist $f_p(x)=A_c\cdot\cos(2\cdot x)+A_s\cdot\sin(2\cdot x)$.		
Die allgemeine Lösung von $f'(x)+f(x)=0$ ist $f(x)=c\cdot e^{-x}$.		
Eine lineare-homogene Differenzialgleichung *n*-ter Ordnung ist nur eindeutig lösbar, wenn es *n-1* Anfangs- oder Randbedingungen gibt.		
$f''(x)+x^2\cdot f(x)=0$ ist eine linear-homogene Differenzialgleichung.		
Mit den beiden Informationen $f(1)=2$ und $f'(0)=\pi$ kann man ein Anfangswertproblem lösen.		
$f''(x)+f(x)-x=0$ ist eine linear-homogene Differenzialgleichung.		
Bei einer linear-homogenen DGL 3. Ordnung mit konstanten Koeffizienten hat das charakteristische Polynom 3 Lösungen.		

(8 Punkte)

b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung $f''(x)+f'(x)+f(x)=0$ *(4 Punkte)*.

Aufgabe 5

Wir haben die Funktion $f(x)=x^3-3\cdot x^2+2\quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie alle Nullstellen *(4 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie mögliche Hochpunkte und Tiefpunkte *(4 Punkte)*.

c) Bestimmen Sie mögliche Wendepunkte *(2 Punkte)*.

d) Zeichnen Sie die Funktion im Intervall $-1\le x\le 3$ *(2 Punkte)*.